

Strategie bei schweren Aufgaben 10. Klasse

Themengebiet: Modellierung mithilfe der Sinus- und Kosinusfunktion

Aufgabenstellung: Die Grafik zeigt den Wasserstand in Abhängigkeit von der Zeit an der Landesbrücke St. Pauli im Hamburger Hafen. Der Wasserstand ändert sich nahezu periodisch mit den Gezeiten. Diese wiederholen sich ca. alle 12,4 Stunden.

- a) Bestimme eine Funktion der Form $f(t) = a \cdot \sin(b(t + c)) + d$, die den Vorgang modelliert.
- b) Bestimme mit der Modellfunktion f aus Teilaufgabe a) den Wasserstand um 4 Uhr sowie um 10 Uhr. Berechne die prozentuale Abweichung der Ergebnisse von den Werten aus der Grafik

Quelle: Lambacher Schweizer 10, S.95

Lösung:

- a)
 1. Beginne mit dem Einfachen: Erinnere dich, welcher Parameter welchen Einfluss auf die Sinusfunktion hat.
 - a : Streckung in y –Richtung
 - b : Streckung in x –Richtung
 - c : Verschiebung in x –Richtung
 - d : Verschiebung in y –Richtung
 2. Schau genau: Lese dir die Aufgabenstellung genau durch. Welche Informationen kannst du direkt entnehmen?
Periodenlänge $p = 12,4$
 3. Skizze: Diese ist gegeben. Überlege dir, welche Informationen du entnehmen kannst.
Hinweis: Der Ursprung des Koordinatensystems liegt am 01.01. Um 0:00 bei Wasserstand 0 cm.
Mittelwert der Maxima: $(740 + 700 + 730) \div 3 = 723$, die Werte sind aus der Skizze abgelesen. Solltest du ähnliche Werte genommen haben, ist das auch ok ;-)
Mittelwert der Minima: 350, da fast alle gleich sind.
 4. Wissen:
 - Berechnung von $a = (723 - 350) \div 2 \approx 187$ (Mitte von Minimum und Maximum)
 - Berechnung von $d = 350 + 187 = 537$ (Minimum + Mittelwert)
 - Berechnung von $b = \frac{2\pi}{12,4} \approx 0,51$ (Periodenlänge benutzt)
 - Berechnung von $c = +3$ (aus Skizze ablesbar, da um -3 in x -Richtung verschoben)
 5. Kombinieren:
$$f(t) = 187 \cdot \sin(0,51 \cdot (t + 3)) + 537$$
 6. Ruhe: Juhu, du hast den größten Teil geschafft :-)

b)

1. Beginne mit dem Einfachen: Setze die Werte aus der Angabe ein.

$$f(4) = 187 \cdot \sin(0,51 \cdot (4 + 3)) + 537 \approx 459$$

$$f(10) = 187 \cdot \sin(0,51 \cdot (10 + 3)) + 537 \approx 601$$

2. Schau genau: Der Wasserstand wiederholt sich ungefähr 2-mal am Tag, also sind die Wasserstände zu einer bestimmten Uhrzeit ungefähr an allen Tagen gleich (siehe Angabe und Skizze).

3. Skizze: Lese aus der Skizze die Wasserstände vom 31.12. um 4:00 und 10:00 Uhr ab.

4:00 Uhr: $\approx 425 \text{ cm}$

10:00 Uhr: $\approx 675 \text{ cm}$

4. Wissen:

Prozentuale Abweichung um 4:00 Uhr: $\frac{459}{425} = \frac{27}{25} = 1,08 \Rightarrow 8\% \text{ Abweichung}$

Prozentuale Abweichung um 10:00 Uhr: $\frac{601}{675} = \frac{27}{25} \approx 0,89 \Rightarrow 11\% \text{ Abweichung}$

5. Kombinieren: Passt die erstellte Funktion zum Graphen?

Ja, die Funktion stellt eine gute Annäherung an den Graphen dar, da der Wasserstand nicht gleichmäßig steigt und fällt.

6. Ruhe: Jetzt bist du wirklich fertig! Klopfe dir auf die Schultern und sei Stolz auf dich, weil du eine schwere Aufgabe gemeistert hast!