

Erste Hilfe: Mathematik

Grundlagen für den Umgang mit schwierigen Aufgaben

9. Jahrgangsstufe

Beispielaufgabe: Bestimme die beiden Zahlen mit Summenwert 12, die den größten Produktwert haben.

1 Schau genau

Operator: Bestimme
→ Gib nicht nur dein Ergebnis, sondern auch deinen Lösungsweg an!

Informationen im Text: Es geht um zwei unbekannte Zahlen. Die Summe dieser beiden Zahlen ist 12. Das Produkt der beiden Zahlen soll so groß wie möglich sein.

Stelle dir beispielsweise solche Fragen:

Was fordert der Operator von dir?

Welche Informationen stecken im Text?

Gibt es Nebensätze, die auf besondere Eigenschaften hinweisen?

Gibt es Angaben, die nicht benötigt werden?

Tipp: Strukturiere die Aufgabe!

2

Führe die notwendigen Variablen ein

x: gesuchte Zahl 1

z: gesuchte Zahl 2

3

Schreibe die vorgegebenen Bedingungen als Gleichung bzw. Term auf.

Nebenbedingung: Beziehung zwischen den Variablen als Gleichung ausdrücken

„Der Summenwert der beiden Zahlen ist 12.“

$$x + z = 12$$

Hauptbedingung: Größe, die maximal oder minimal werden soll, als Funktionsterm ausdrücken

„Der Produktwert soll so groß wie möglich sein.“

$$P(x; z) = x \cdot z$$

4 Kombination der Bedingungen

Löse die Nebenbedingung nach z auf und setze es in die Hauptbedingung ein.

$$x + z = 12 \quad | - x$$

$$z = 12 - x$$

$$P(x) = x \cdot (12 - x)$$

5 Extremwert finden

1) Der entstandene Term $P(x) = x \cdot (12 - x)$ ist der Funktionsterm einer quadratischen Funktion in Nullstellenform. Der maximale Wert ist die y -Koordinate des Scheitelpunkts.

2) Bestimme den Scheitelpunkt über die Mitte der Nullstellen.

$$x \cdot (12 - x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$12 - x_2 = 0 \quad | + x_2$$

$$x_2 = 12$$

x -Koordinate x_s des Scheitelpunkts:

$$x_s = (x_1 + x_2) : 2 = (0 + 12) : 2 = 6$$

y -Koordinate y_s des Scheitelpunkts:

$$y_s = P(x_s) = P(6) = 6 \cdot (12 - 6) = 36$$

$$\Rightarrow S(6|36)$$

3) Interpretation: Die x -Koordinate des Scheitels entspricht dann der gesuchten Zahl x . Die y -Koordinate des Scheitels entspricht dem gesuchten Produktwert. Bestimme noch die gesuchte Zahl z mithilfe der Nebenbedingung.

$$x = 6 \Rightarrow z = 12 - x = 12 - 6 = 6$$

Freu dich, wenn du die Aufgabe geschafft hast! Probiere gleich die nächste aus 😊

Zum Weiterdenken:



Warum bestimmen wir eigentlich die Koordinaten des Scheitelpunkts?

Der Term $P(x) = x \cdot (12 - x)$ beschreibt, wie der Produktwert von x abhängt. Er beschreibt eine quadratische Funktion. So kannst du den Graphen interpretieren: Wenn die erste Zahl, also x , den Wert 4 hätte, dann hätte das Produkt den Wert

$$P(4) = 4 \cdot (12 - 4) = 4 \cdot 8 = 32.$$

Du kannst das auch im Graphen ablesen.

Im Graphen siehst du auch, dass das nicht der größtmögliche Produktwert ist. Würdest du für x den Wert 5 wählen, wäre der Produktwert $P(5)=35$ – also schon etwas größer!

Im Graphen erkennst du, dass der größtmögliche Produktwert dort angenommen wird, wo der Scheitelpunkt des Graphen liegt. Du musst also bestimmen, welche x -Koordinate der Scheitel hat. Seine y -Koordinate ist dann der größtmögliche Produktwert.

